**Feuille 2 – Corrigé**

Exercice 1 :

1. donc .

D’autre part, quand tend vers 0, on a une forme . On peut donc appliquer la règle de L’Hôpital (car le numérateur et le dénominateur sont deux fonctions de classe ) :

1. (Pour les astucieux) On revient à la définition, et donc d’après la question précédente, 1 est un équivalent de en 0 !

(Pour ceux qui aiment s’exercer)

On a , donc

Exercice 2 :

1. On a car quand

Ainsi

On a donc

On voit donc que

1. On reprend l’expression précédente, on note

On en déduit donc que

Exercice 3 :

1. On a , donc

1. On a
2. Ici le piège est de faire un développement limité à l’ordre 3 du sinus hyperbolique : en effet, le au dénominateur nous fait « perdre » trois ordres du développement limité.

Ainsi on doit faire un dl du dénominateur à l’ordre 6 :

Donc .

Exercice 4 :

1. On procède par récurrence :

Initialisation :

Par convention, , et .

Hérédité :

Soit tel que

Alors

La propriété étant initialisée et héréditaire, elle est vraie pour tout .

Donc d’après la formule de Taylor-Young,

Exercice 5

1. Trouvons directement à partir de  :

Ainsi, on suppose que . Vérifions cette hypothèse :

1. On a , donc
2. On a